

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

**PROYECTO FINAL DE CARRERA**



INGENIERÍA INDUSTRIAL

**SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO DE AIRE**  
**NO ESTACIONARIO ALREDEDOR DE LA**  
**SECCIÓN RECTANGULAR DE UN CILINDRO**

Realizado por: Arturo García Buitrago

# Índice

1- Introducción.....	2
2- Parámetros generales y configuración.....	3
3- Perfil de presión parietal.....	4
3.1- Interpolación bilineal.....	6
3.2- Filtros.....	7
3.3- Extrapolación lineal.....	8
3.4- Análisis en series de Fourier.....	10
3.5- Validación con la sección circular de un cilindro.....	11
4- Esfuerzos viscosos.....	12
5- Conclusión.....	13
6- Bibliografía.....	14

# Abstracto

La interacción entre una corriente de aire y un obstáculo está presente en muchos aspectos de la vida cotidiana, como pueden ser puentes, torres, rascacielos, cables... La predicción tanto de los esfuerzos que soporta la estructura como de las frecuencias principales, es de gran importancia en términos ingenieriles, especialmente en aeroacústica. El desarrollo y validación de herramientas numéricas que permitan evaluar diferentes geometrías de forma sencilla podría ser muy útil.

## 1- INTRODUCCIÓN

El objetivo del proyecto es la investigación del ruido producido por una corriente de aire 2D al atravesar un rectángulo para diferentes ángulos de incidencia. Tal y como se puede observar en la figura (1), para ángulos de incidencia pequeños se forma una única fila de torbellinos en la estela del rectángulo. Sin embargo, para ángulos iguales o superiores a  $45^\circ$  se forman dos filas alternas de torbellinos en su estela. A pesar de esto, las teorías aeroacústicas predicen que ambas configuraciones producirán el mismo ruido porque la sección transversal se mantiene constante. Con el método que se muestra a continuación estudiaremos si se producen variaciones.

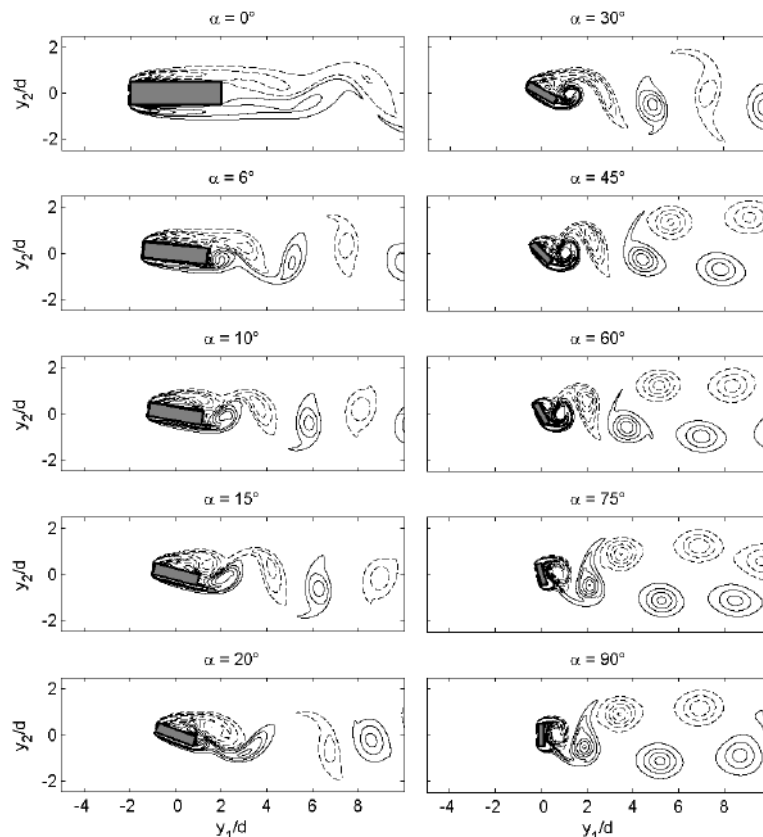
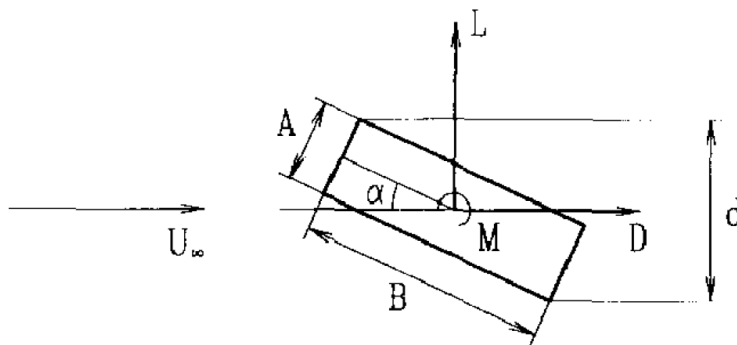


Figura 1: Estelas de remolinos de Von Karman para diferentes incidencias

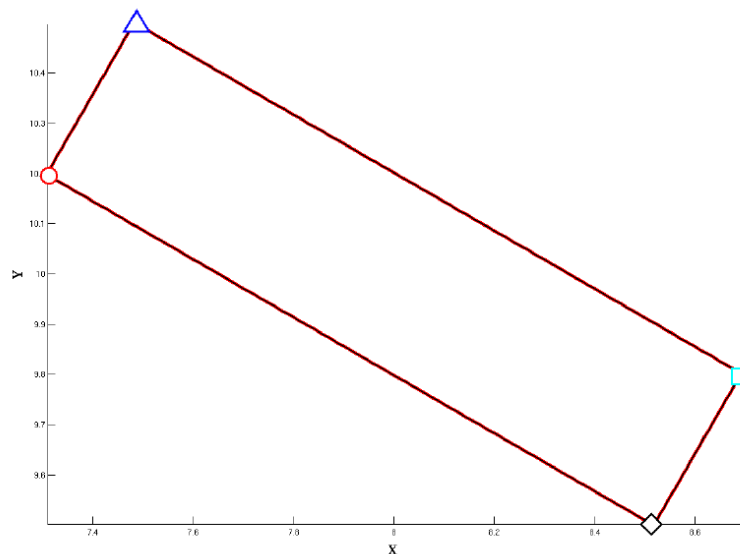
La fuente del ruido producido son las variaciones de presión que se dan en la superficie del cuerpo. Es por ello que necesitamos desarrollar un proceso que nos proporcione información fiable acerca de lo que sucede en la superficie, teniendo en cuenta los diferentes parámetros involucrados.

## 2- PARÁMETROS GENERALES Y CONFIGURACIÓN

Nos basaremos en la notación de Sohankar et al. [1], representada en la figura (2). Las velocidades se adimensionalizan con ' $U_\infty$ ' y las longitudes con ' $d$ ', la sección proyectada en la dirección transversal.

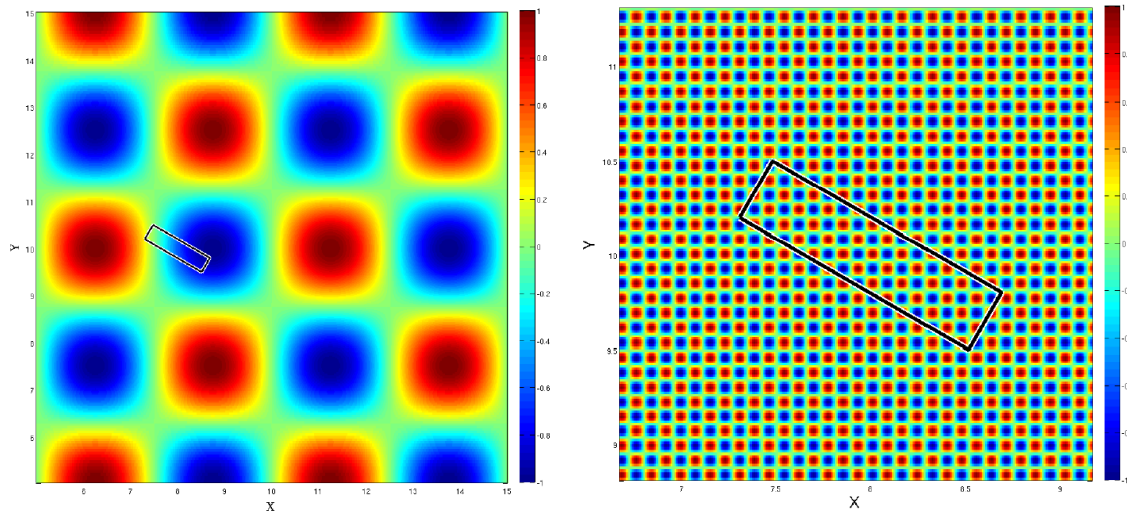


La geometría está determinada por el ángulo de incidencia  $\alpha$  y la relación  $B/A=4$ , siendo  $B$  la longitud y  $A$  la anchura. Tomaremos 10 valores de  $\alpha$  que variarán entre 0 y 90 grados. Como ' $d$ ' se mantiene constante e igual a 1, el tamaño del rectángulo irá variando con la incidencia. En el siguiente rectángulo se muestra el criterio utilizado para referenciar los perfiles de presión obtenidos. Dichos perfiles se representarán en sentido antihorario y empezando por el círculo.

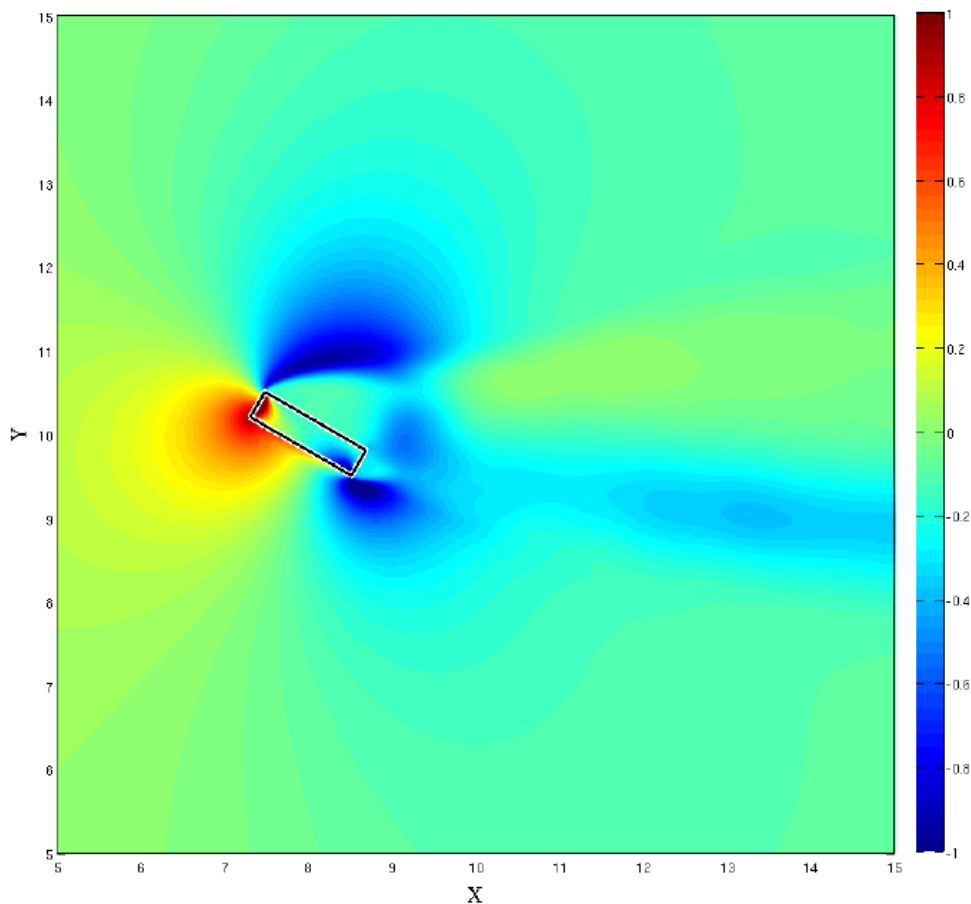


### 3- PERFIL DE PRESIÓN PARIETAL

El primer paso para el cálculo del ruido emitido es obtener una distribución de presión parietal fiable. Para ello, se desarrollarán varios métodos de cálculo, que tendrán que ser validados con campos de presión conocidos:



Una vez validados podrán ser utilizados en el campo de presiones:



El paso inmediato a la obtención del perfil de presiones es el cálculo de los coeficientes de sustentación ( $C_L$ ) y de arrastre ( $C_D$ ). Estos coeficientes nos servirán de referencia para saber si el método y los cálculos son adecuados, ya que los podemos comparar con valores de referencia.

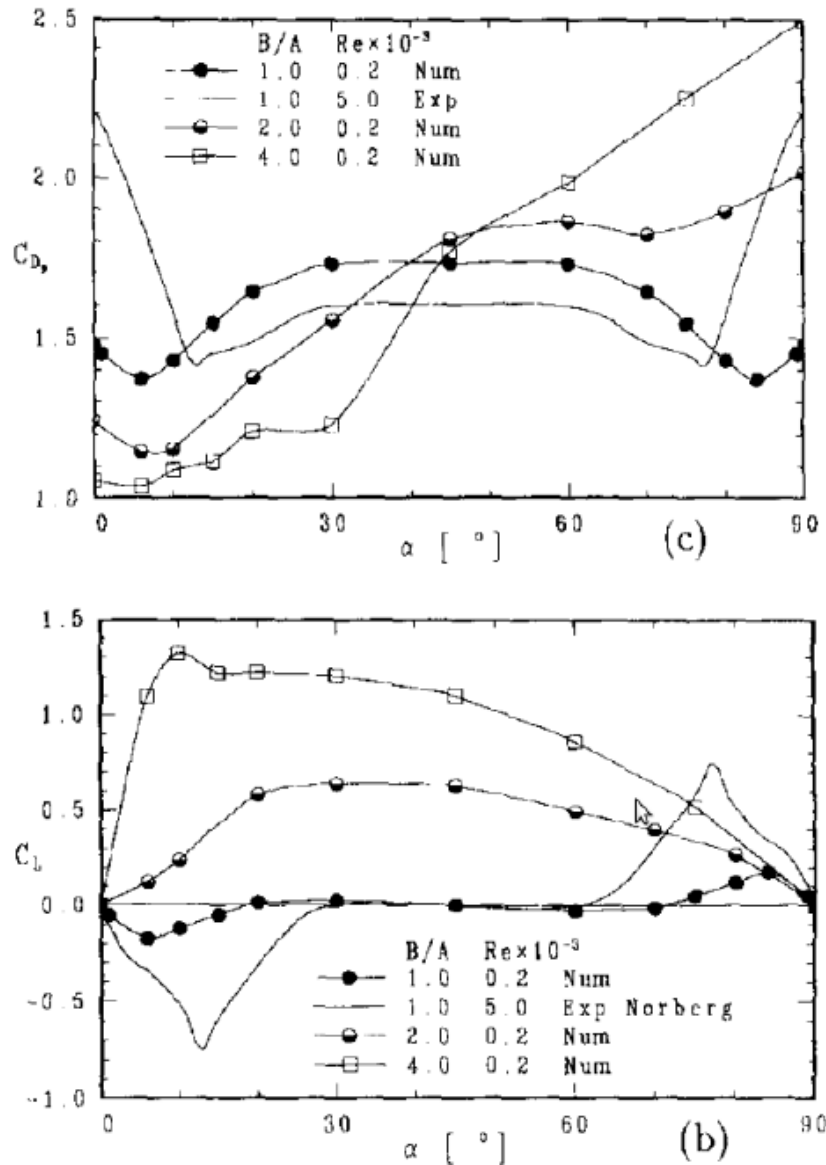
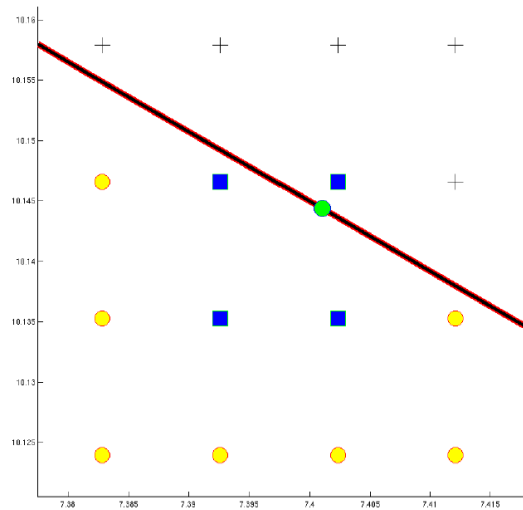


Figura: Evolución de los coeficientes de arrastre ( $C_D$ ) y sustentación ( $C_L$ ) en función de la incidencia [1]

En nuestro caso, dado que hemos tomado  $B/A = 4$ , tendremos los siguientes valores de referencia:  $C_{L,REF} = 1,2$  y  $C_{D,REF} = 1,2$

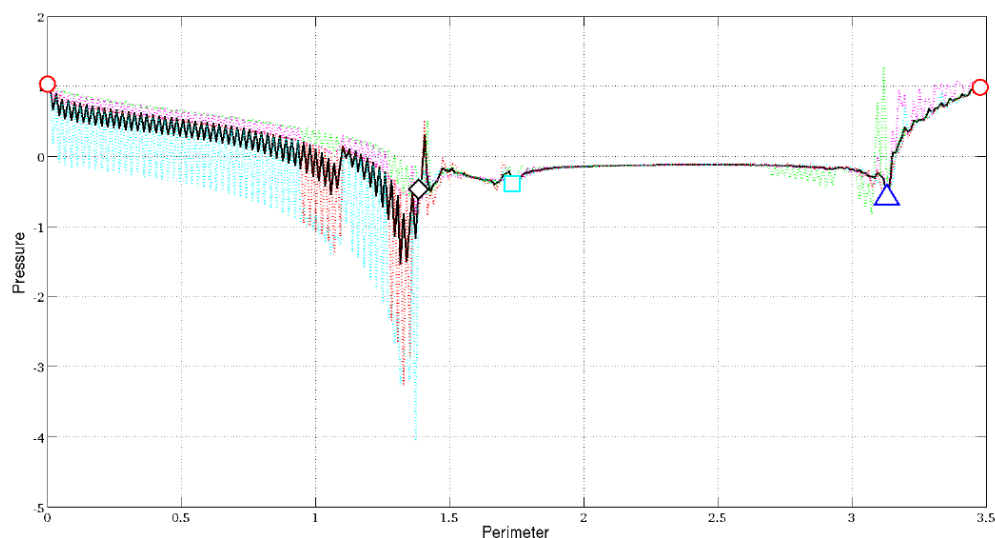
### 3.1- Interpolación bilineal

Con este método obtendremos el valor, en un punto exacto, de un determinado parámetro (velocidad, presión...) a partir de la información de los 4 puntos de la malla principal que le rodean.



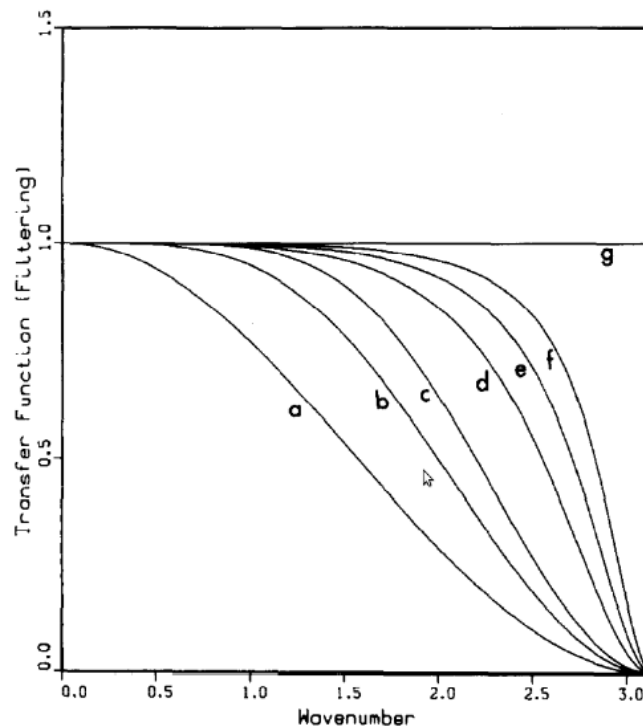
La línea negra es la frontera del rectángulo, el círculo verde es el punto donde obtendremos la presión, y los cuadrados azules son los puntos de donde obtenemos los datos. Las cruces negras están en el interior del rectángulo y los círculos amarillos fuera.

Después de validarlo con los campos conocidos, obtenemos el perfil de presiones. Éste viene representado en la siguiente figura por la línea negra. Podemos observar que siempre está en el interior de la nube de puntos definida por la presión de los 4 puntos de la malla principal usados para calcular cada valor del perfil. El círculo, el rombo, el cuadrado y el triángulo representan cada una de las esquinas del rectángulo.



### 3.2- Filtros

Con el fin de reducir las oscilaciones que aparecen el perfil de presiones obtenido, implementaremos dos filtros de orden 4 y 6, que serán respectivamente 'b' y 'c' de la figura siguiente [2].



Consideraremos dos alternativas: O bien filtraremos el campo de presiones, o bien filtraremos el vector de presión parietal obtenido.

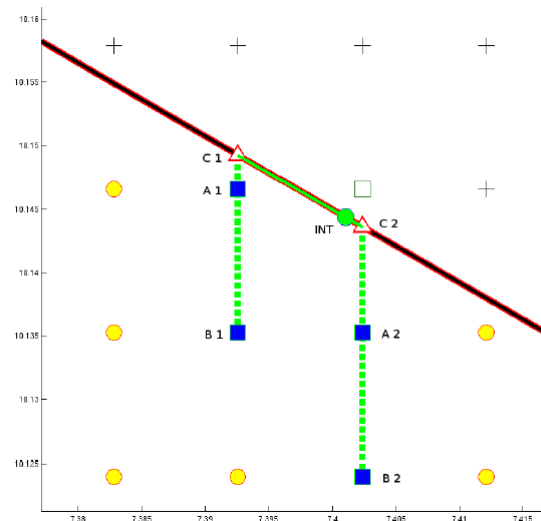
Si filtramos todo el campo de presiones, el filtro de orden 4 implica una pérdida de información inaceptable, problema que no tenemos con el filtro de orden 6, que además consigue reducir las oscilaciones. Si nos limitamos a filtrar el vector de presiones, el filtro de orden 4 sigue siendo más restrictivo que el de orden 6, y los dos filtros reducen drásticamente las oscilaciones. Sin embargo, a pesar de todo esto, ningún resultado obtenido con los filtros es lo suficientemente bueno. Esto se debe a que seguimos teniendo en consideración los puntos de dentro de la geometría. Esto se traduce en aparecen picos de presión positivos donde no debiera haberlos, y que los coeficientes de sustentación y arrastre distan de estar próximos a los de referencia. Para la interpolación bilineal obtuvimos  $C_{L,INT} = 0,5$  y  $C_{D,INT} = 1$ , y con los iltros no conseguimos acercarnos a los valores de referencia.

Estamos obligados a buscar otro método para obtener la presión en la frontera sin utilizar los puntos situados en el interior del objeto. Este método será la extrapolación lineal.



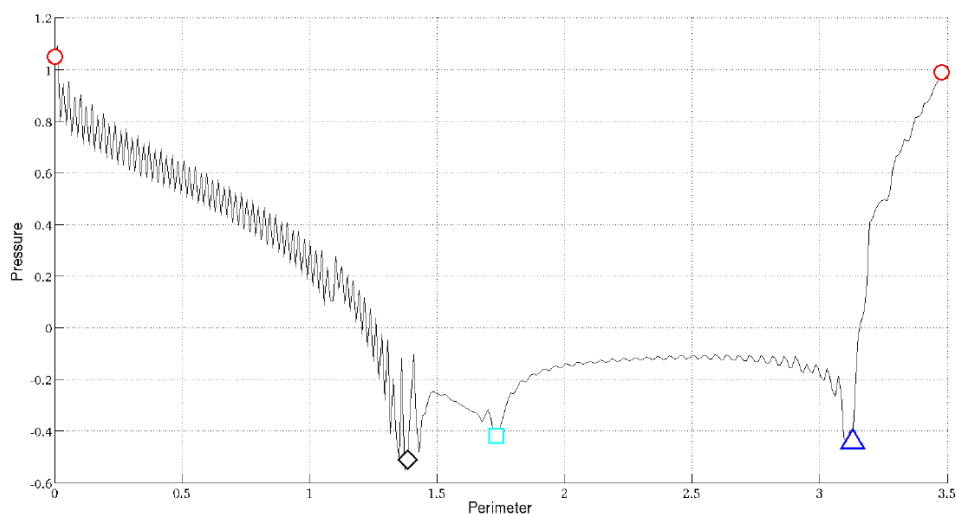
### 3.3- Extrapolación bilineal

La extrapolación consiste en estimar el valor de una función o cantidad situadas fuera del rango conocido, utilizando la información del rango conocido, es decir, no utilizaremos los puntos que están dentro del rectángulo, tal y como pasaba con la interpolación bilineal.

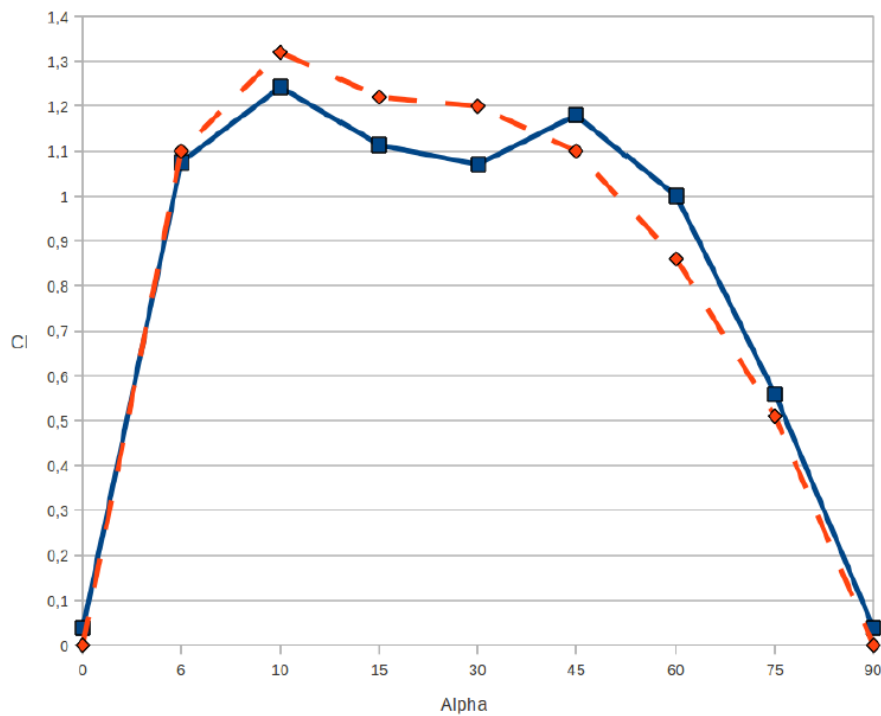
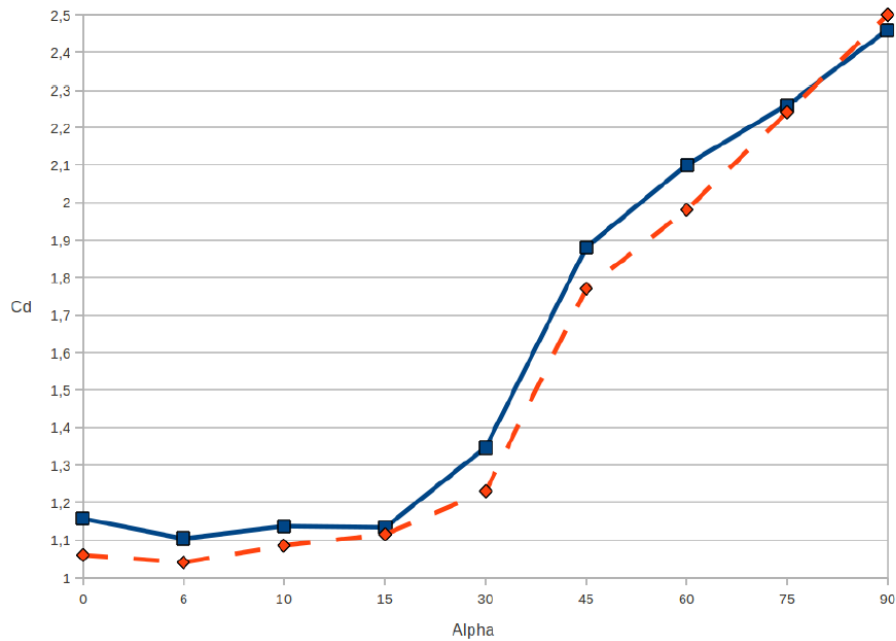


En esta figura se detalla el proceso seguido. Los triángulos (C) son el resultado de la extrapolación lineal usando los puntos A y B. El valor final (el círculo sobre la pared del rectángulo) se obtiene a través de una interpolación lineal entre los dos triángulos.

Después de validar el método con los campos conocidos, aplicamos el algoritmo de extracción de presión parietal al campo de presiones real. Se observa que las oscilaciones no han desaparecido, sin embargo, cuando calculamos los coeficientes de arrastre y sustentación, probó ser un mejor método que los anteriores, ya que obtuvimos valores muy cercanos a los de referencia:  $C_{L,EXTRA} = 1,1$  y  $C_{D,EXTRA} = 1,3$



Debido a esto, decidimos calcular la evolución de estos dos coeficientes con el ángulo de incidencia, y los comparamos con los de referencia [1].

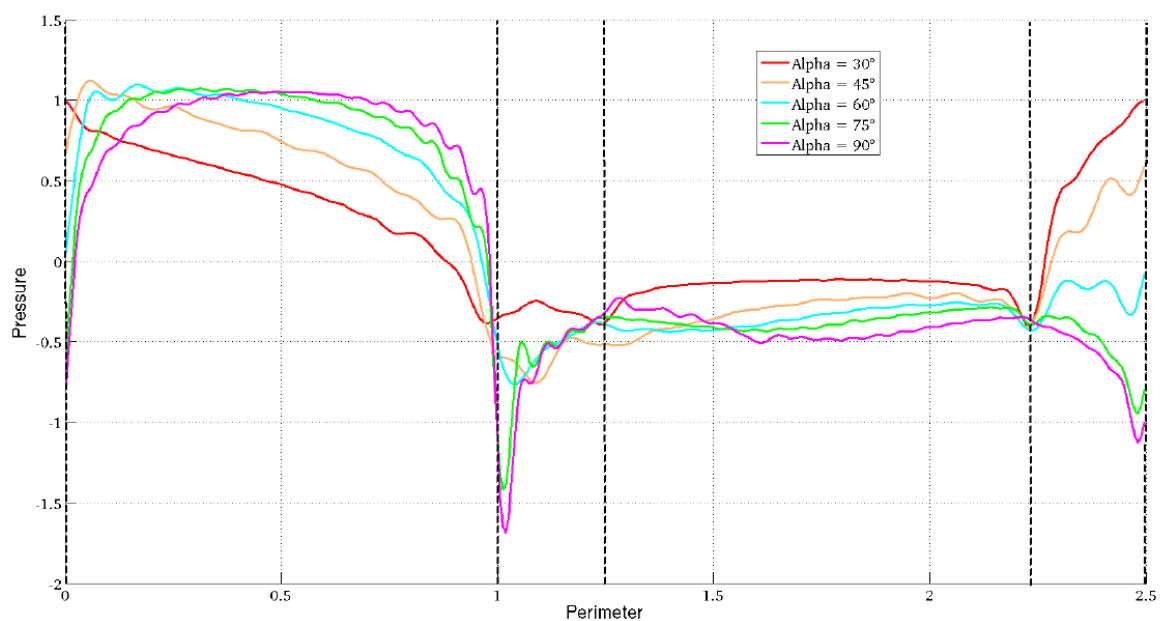
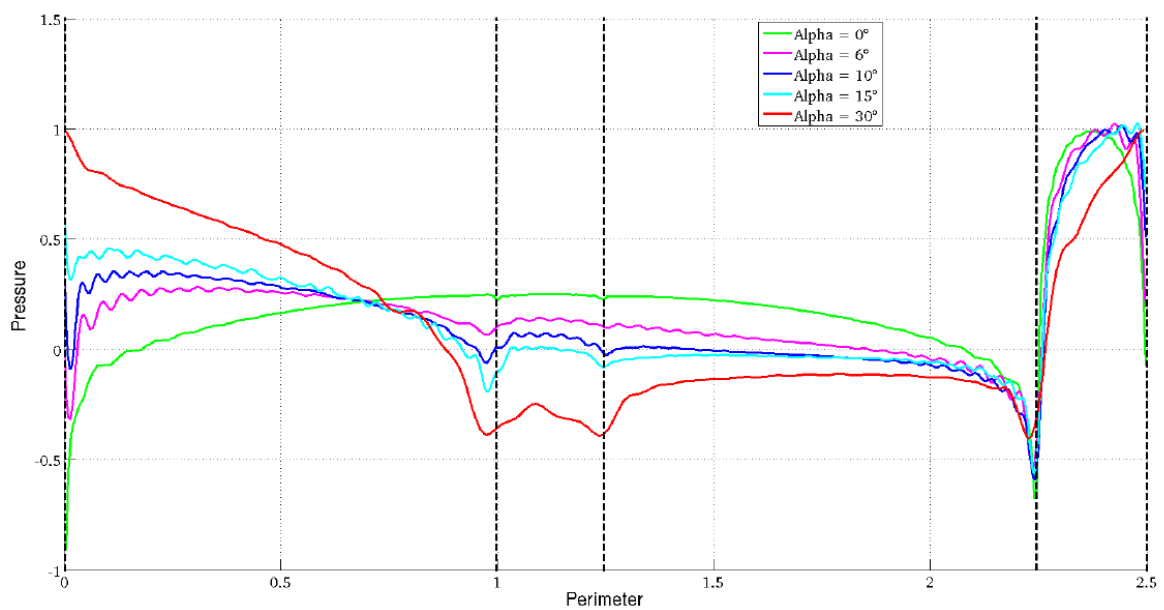


La línea sólida representa los coeficientes  $C_D$  y  $C_L$  obtenidos con extrapolación, y la línea discontinua son los valores de referencia. Se observa que en las dos gráficas las tendencias que siguen las curvas son similares, si bien para 45 grados tenemos lo que podría ser un dato atípico en la segunda gráfica ( $C_L$ ), ya que es el único punto que rompe dicha tendencia.

### 3.4- Análisis en series de Fourier

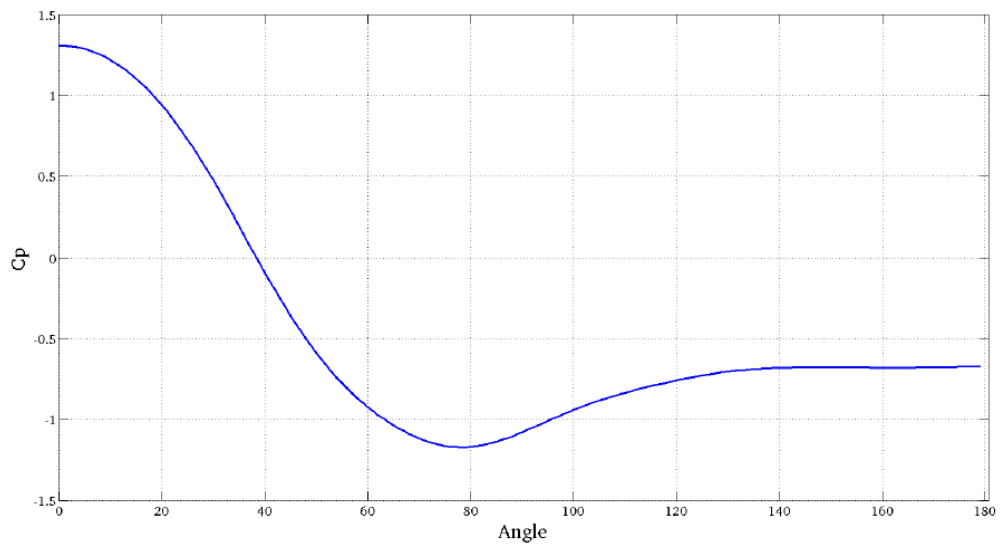
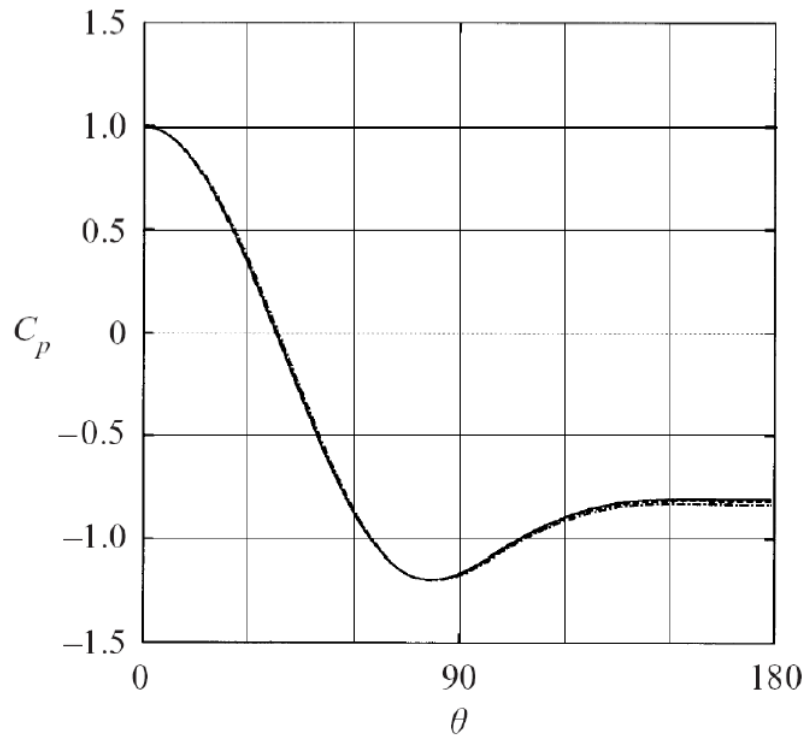
Hemos realizado un análisis en series de Fourier como alternativa a los filtros anteriores. Hemos conseguido reducir las oscilaciones y mantener los coeficientes de sustentación y arrastre en los mismos valores.

En la siguiente figura se muestran los perfiles de presión parietal para los distintos ángulos de incidencia, calculados con la extrapolación y tras haber utilizado Fourier para reducir las oscilaciones. Las líneas verticales representan cada una de las esquinas del rectángulo, manteniendo el mismo orden previamente establecido.



### 3.5- Validación con la sección circular del cilindro

Como el proceso de extrapolación parece ser el más fiable, lo probaremos con otra geometría, un círculo, ya que en este caso sí que tenemos un perfil de presión de referencia [3]



Se observa que las dos curvas describen tendencias similares

## 4- ESFUERZOS VISCOSOS

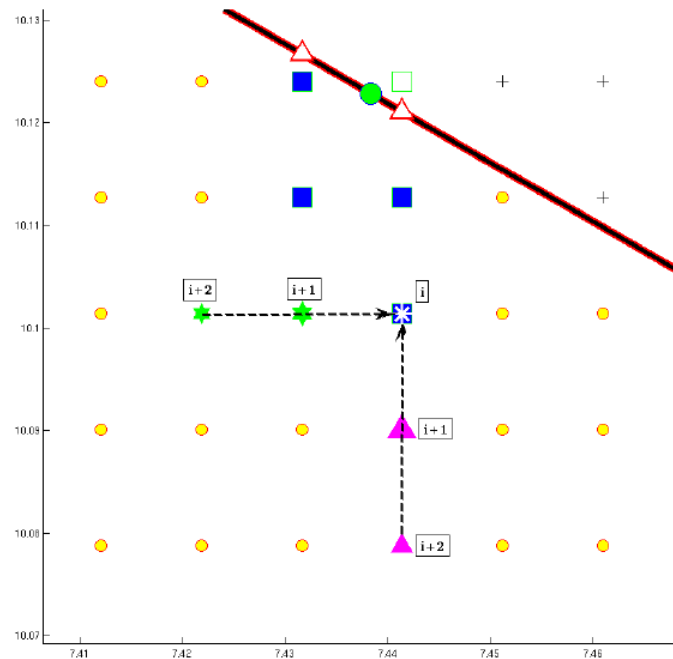
Otro aspecto importante del post-tratamiento de los datos es el cálculo de los esfuerzos viscosos. No contribuyen al coeficiente de sustentación, sin embargo, para bajos números de Reynolds, el coeficiente de arrastre tiene dos fuentes: la presión y la viscosidad. El cálculo de los esfuerzos viscosos nos permitirá obtener la componente viscosa del arrastre independientemente de la componente asociada a la presión.

En esta parte trabajaremos con los campos de velocidades en vez del campo de presión. T se define como:

$$\vec{T}(\vec{n}) = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[ -p + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] n_x + \mu \left[ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right] n_y \\ \mu \left[ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right] n_x + \left[ -p + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right] n_y \end{pmatrix}$$

El algoritmo desarrollado para el cálculo de T se basa en la extrapolación: sólo nos interesan los puntos que están en el exterior de la geometría. Los parámetros que tenemos que obtener son las derivadas espaciales de la velocidad. La expresión utilizada para el cálculo es el siguiente:

$$f'(x_i) = \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{-3}{2} f(x_i) + 2f(x_{i+1}) - \frac{1}{2} f(x_{i+2}) \right] + o(\Delta x^2)$$



El asterisco blanco representa el punto donde queremos obtener las 4 derivadas. Los hexágonos se usan para obtener las derivadas con respecto a 'x', los triángulos para las derivadas con respecto a 'y'.

Después de aplicar este procedimiento a los campos de validación, observamos que aunque los errores son más grandes, en general podemos considerar que el procedimiento es válido.

## **5- CONCLUSIÓN**

A pesar de que no hemos llegado a calcular el ruido producido, hemos sido consistentes a lo largo del proyecto con los pasos que hemos dado. Hemos llegado a desarrollar códigos en Matlab que nos proporcionan la presión parietal y los esfuerzos viscosos, a partir de los respectivos campos, con un método fiable. Además, la evolución de los coeficientes de arrastre y sustentación son muy próximos a los de referencia, a pesar del dato atípico descrito. También cabe destacar que la evolución de los perfiles de presión para los distintos ángulos de incidencia responde a lo esperado.

Las perspectivas futuras de este proyecto estarían centradas en el desarrollo de estas herramientas en Fortran para llevar a cabo el estudio no-estacionario. Una vez que esto estuviera hecho, estaríamos en condiciones de calcular el campo acústico.

## 6- **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] A.SOHANKAR, C.NORBERG, L.DAVIDSON, *Numerical simulation of unsteady low – Reynolds number flow around rectangular cylinders at incidence.* **J.Wind Eng. Ind. Aerodyn.** 69-71 (1997) 189-201
- [2] SANJIVA K. LELE *Compact Finite Difference Schemes with Spectral – like Resolution* **Journal of Computational Physics** 103,16-42 (1992)
- [3] INOUE, O., HATAKEYAMA, N, *sound generation by a two – dimensional circular cylinder in a uniform flow***J. Fluid Mech** 471, pp. 285-314 (2002)
- [4] SYLVAIN LAIZET, ERIC LAMBALLAIS, *High – order compact schemes for incompressible flows: A simple and efficient method with quasi – spectral accuracy* **Journal of Computational Physics** 228,5989-6015 (2009)